AUTOMATAS FINITOS AFD - AFND

Víctor Andrés Ochoa Correa

AUTOMÁTA

Qué es un autómata?

Máquina automática programable capaz de realizar determinadas operaciones de manera autónoma y sustituir a los seres humanos en algunas tareas, en especial las pesadas, repetitivas o peligrosas; puede estar dotada de sensores, que le permiten adaptarse a nuevas situaciones.

Definición

Un **autómata** es una máquina, ya sea real o virtual, que se utiliza para el **reconocimiento de patrones**, es decir, buscar una cadena de símbolos determinada de entre varias válidas. Una aplicación real es la construcción de compiladores, que comprueban que las palabras reservadas de las estructuras estén bien puestas (parte del análisis léxico).

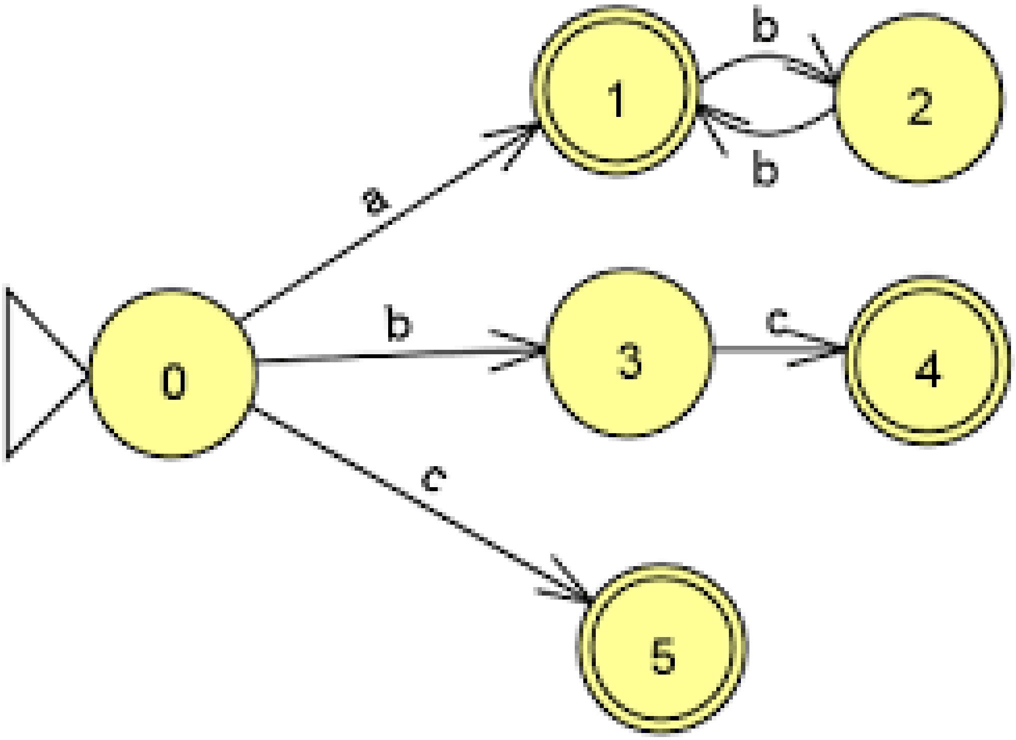
En un Autómata se tiene que:

La entrada es un conjunto de patrones y

La salida define si la entrada cumple o no cumple con una condición

DIAGRAMAS DE TRANSICIÓN

Es una colección finita de círculos, los cuales se pueden rotular para fines de referencia, conectados por flechas que reciben en nombre de arcos.



DIAGRAMAS DE TRANSICIÓN

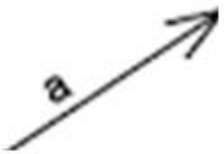
Cada uno de los arcos se etiquetan con un símbolo o categoría de símbolos que podría presentarse en la cadena de entrada que se analiza.

A uno de los círculos se le designa un apuntar, y representa una posición inicial.

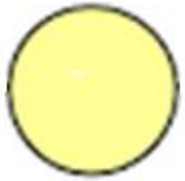
Cuando se describen un circulo circunscrito sobre otro es cuando una cadena es válida.

DIAGRAMAS DE TRANSICIÓN

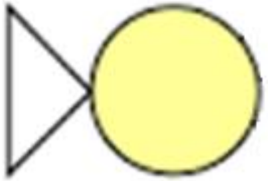
Componentes:



- Arco



- Estado



- Estado inicial

- Estado final

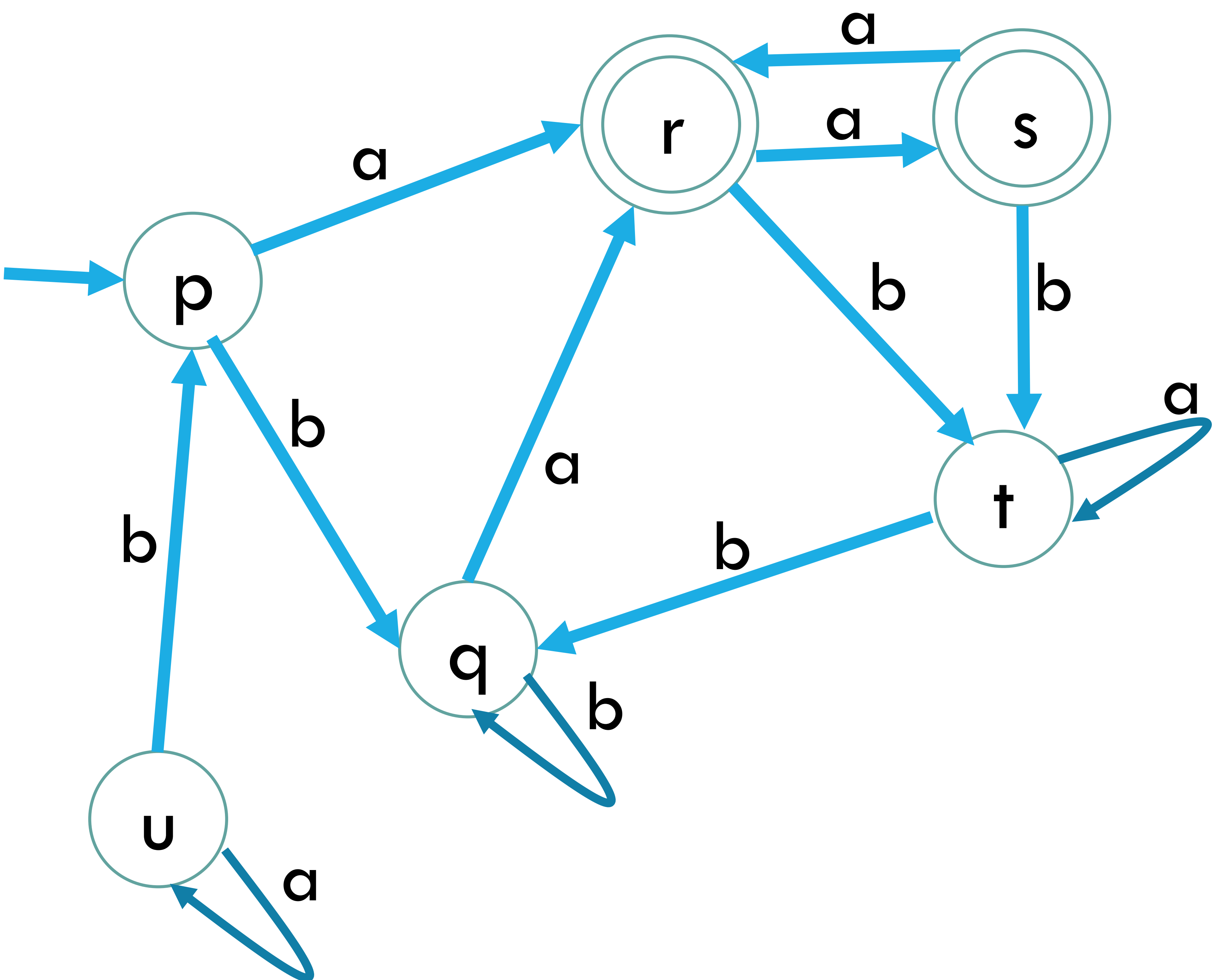
TABLA DE TRANSICIONES

Es un arreglo o matriz bidimensional cuyos elementos proporcionan el resumen de un diagrama de transiciones correspondiente

Q	a	b	c
→0	1	3	5
1*	-	2	-
2	-	1	-
3	-	-	4
4*	-	-	-
5*	-	-	-

EJERCICIOS

	a	b
→p	r	q
q	r	q
*r	s	t
*s	r	t
t	t	q
u	u	p

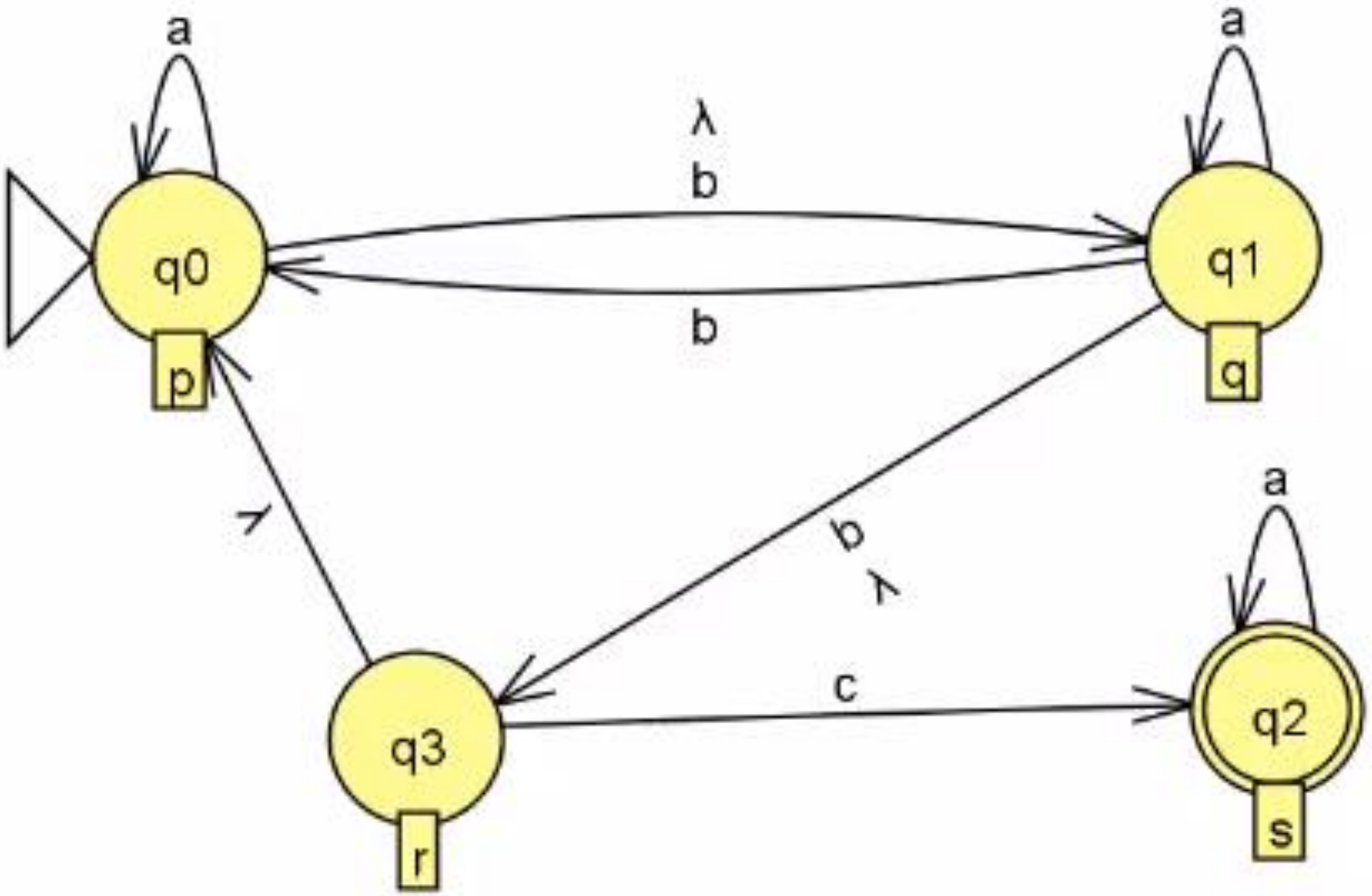


EJERCICIOS

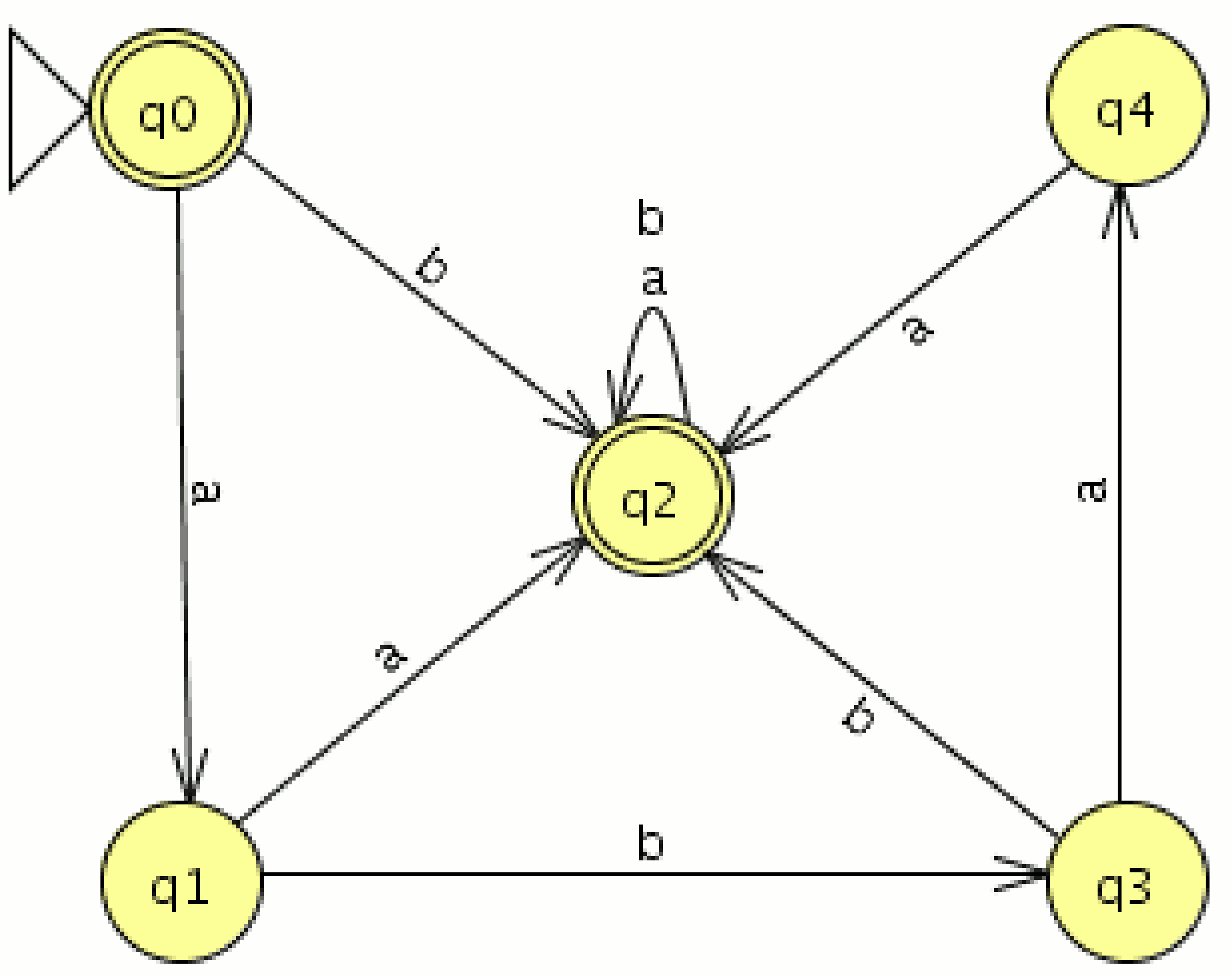
Estado(t)	Entrada=0	Entrada=1
→w	p	q
*p	p	q
q	q	r
r	q	r

EJERCICIOS

	a	b	c	λ
→p	p	q		q
q	q	p,r		r
r			s	p
* s	s			

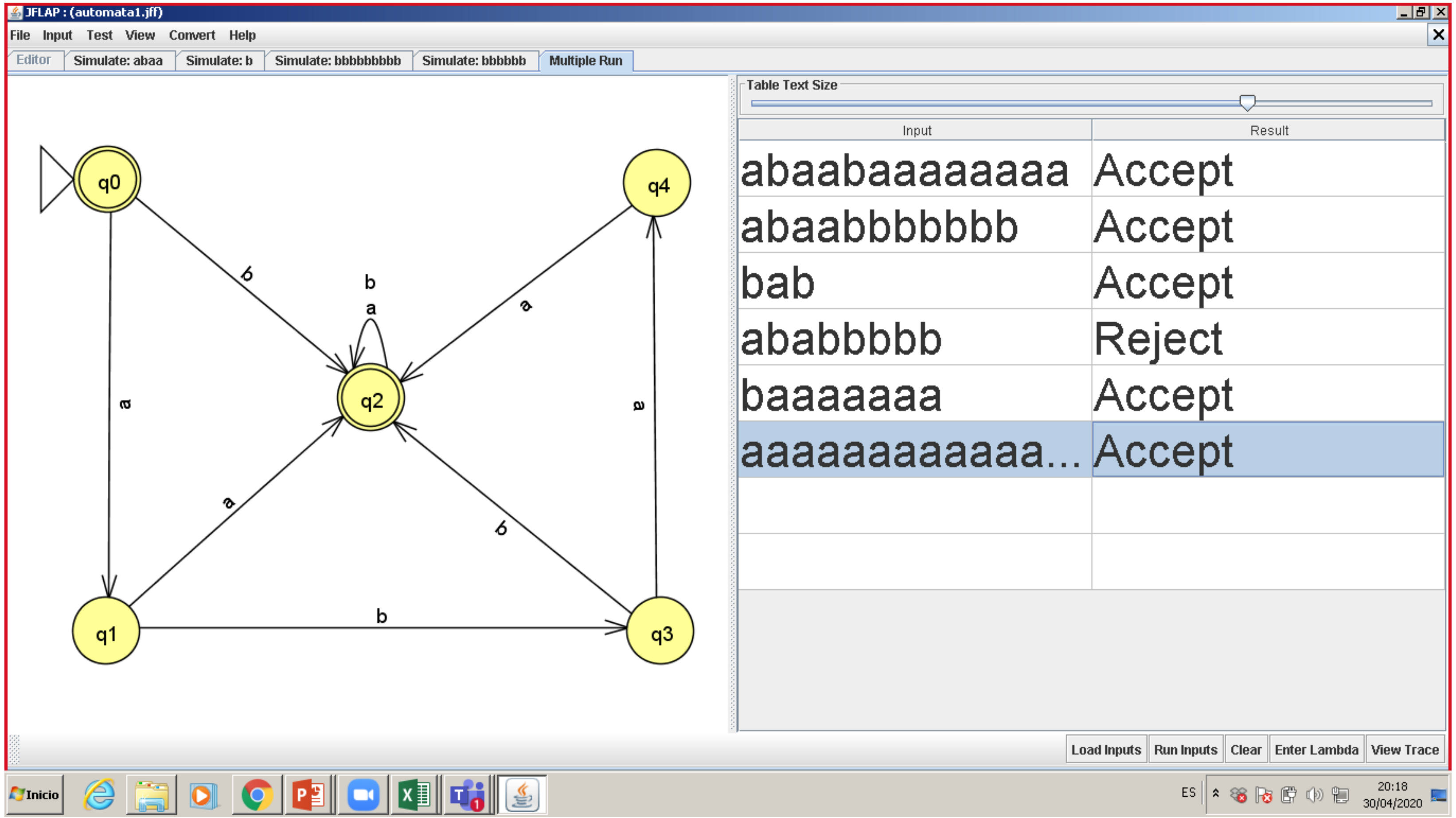


EJERCICIOS



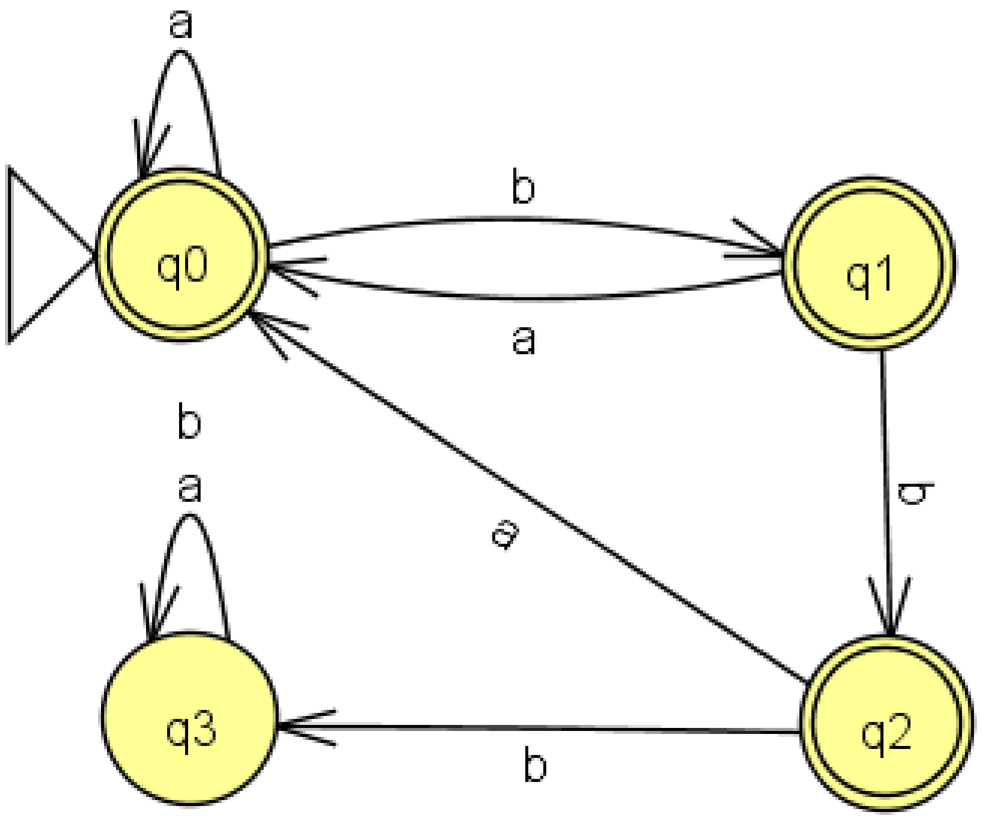
Q	a	b
->q0*	q1	q2
q1	q2	q3
q2*	q2	q2
q3	q4	q2
q4	q2	

EJERCICIOS



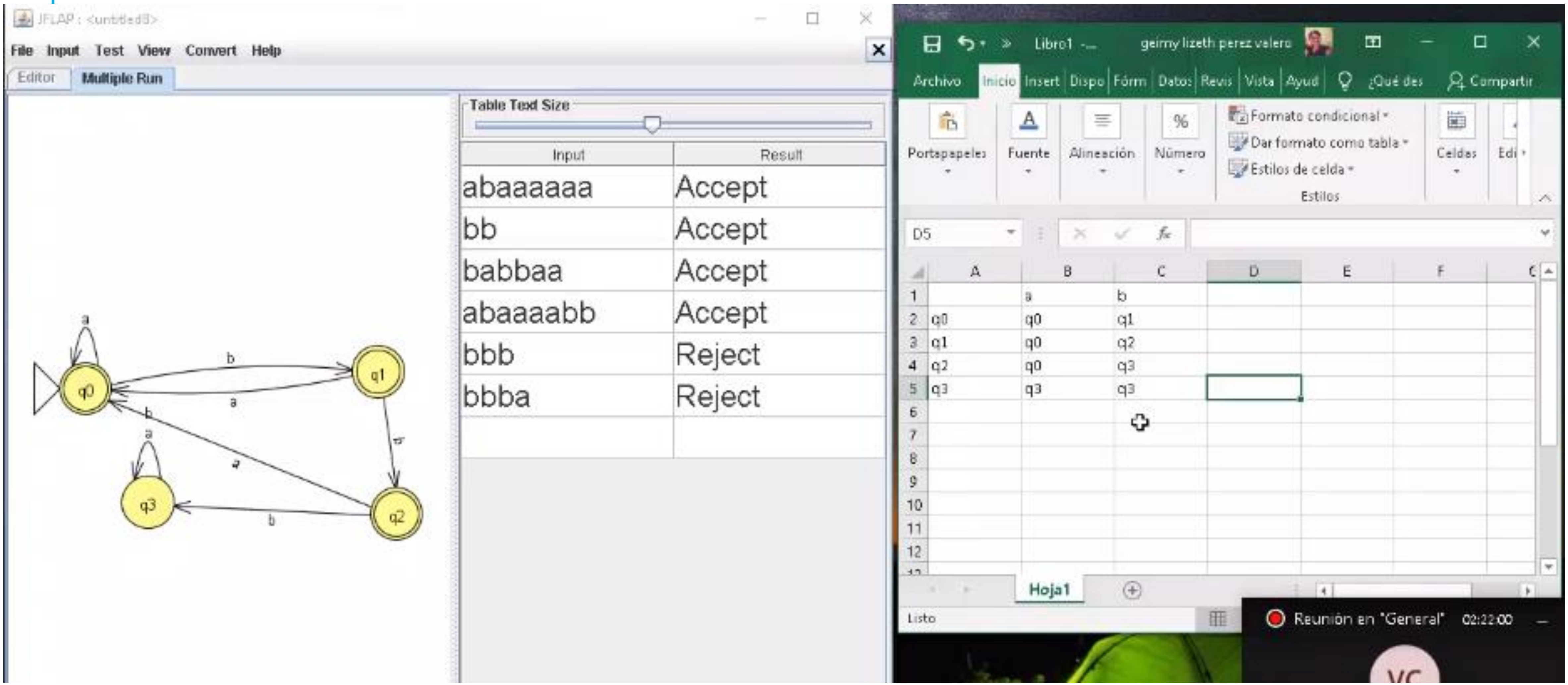
JFLAP : (automata1.jff)
File Input Test View Convert Help
Editor
Simulate: abaa
Simulate: b
Simulate: bbbbbbbbb
Simulate: bbbbbb
Multiple Run
q0
q1
q2
q3
q4
a
b
Table Text Size
Input
Result
abaabaaaaaaa
Accept
abaabbbbbbb
Accept
bab
Accept
abab bbbb
Reject
baaaaaaa
Accept
aaaaaaaaaaa...
Accept
Load Inputs
Run Inputs
Clear
Enter Lambda
View Trace
Inicio
ES
20:18
30/04/2020

EJERCICIOS

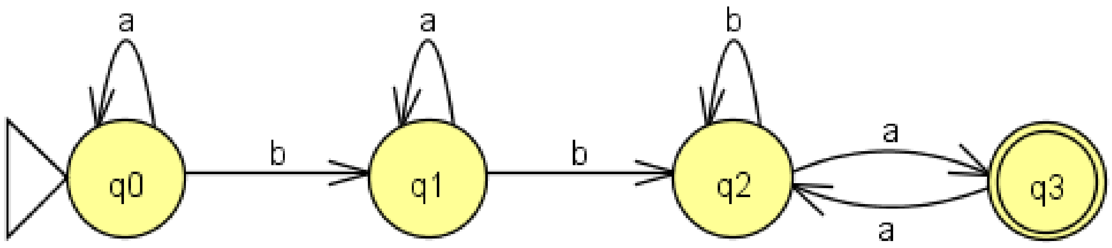


Q		

EJERCICIOS


JFLAP : <untitled8>
File Input Test View Convert Help
Editor
Multiple Run
Table Text Size
Input | Result
abaaaaaa | Accept
bb | Accept
babbaa | Accept
abaaaabb | Accept
bbb | Reject
bbba | Reject
q0
q1
q2
q3
a
b
Libro1
geimy lizeth perez valero
Archivo Inicio Insert Dispo Fórm Datos Revis Vista Ayud ¿Qué des Compartir
Portapapeles
Fuente
Alineación
Número
Formato condicional
Dar formato como tabla
Estilos de celda
Estilos
Celdas
D5
A B C D E F
1 | | a | b
2 | q0 | q0 | q1
3 | q1 | q0 | q2
4 | q2 | q0 | q3
5 | q3 | q3 | q3
Hoja1
Listo
Reunión en "General" 02:22:00

EJERCICIOS



Q		

EJERCICIOS

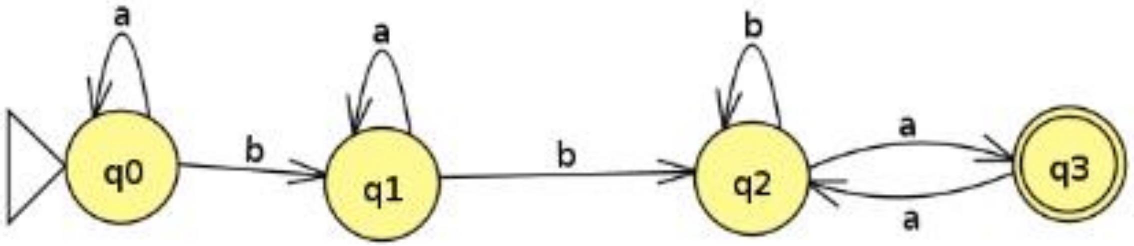
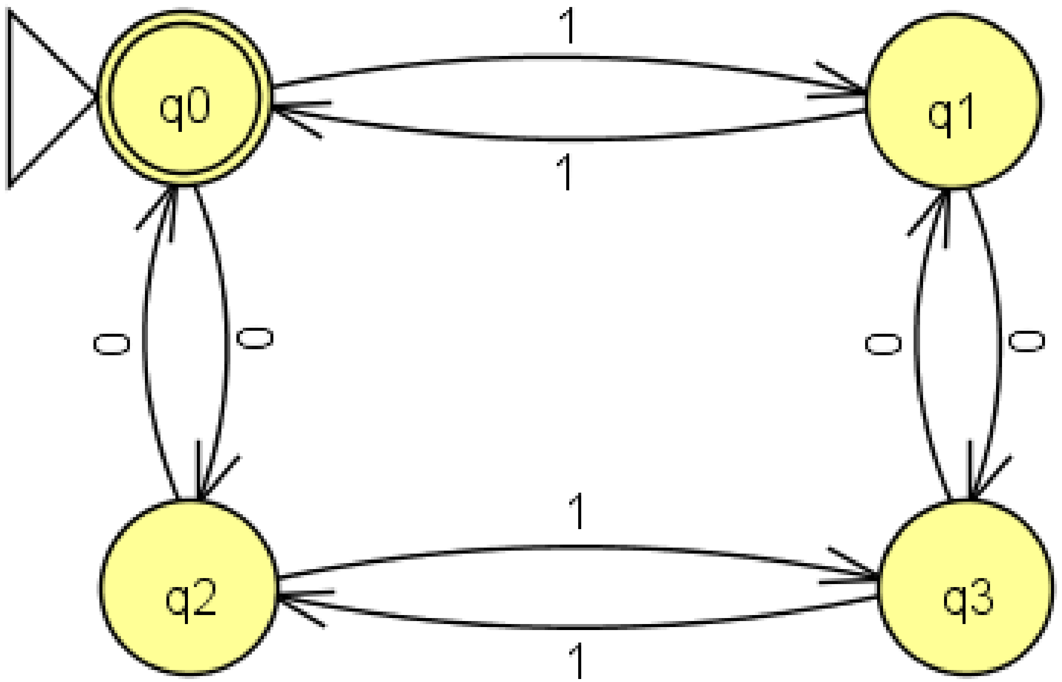


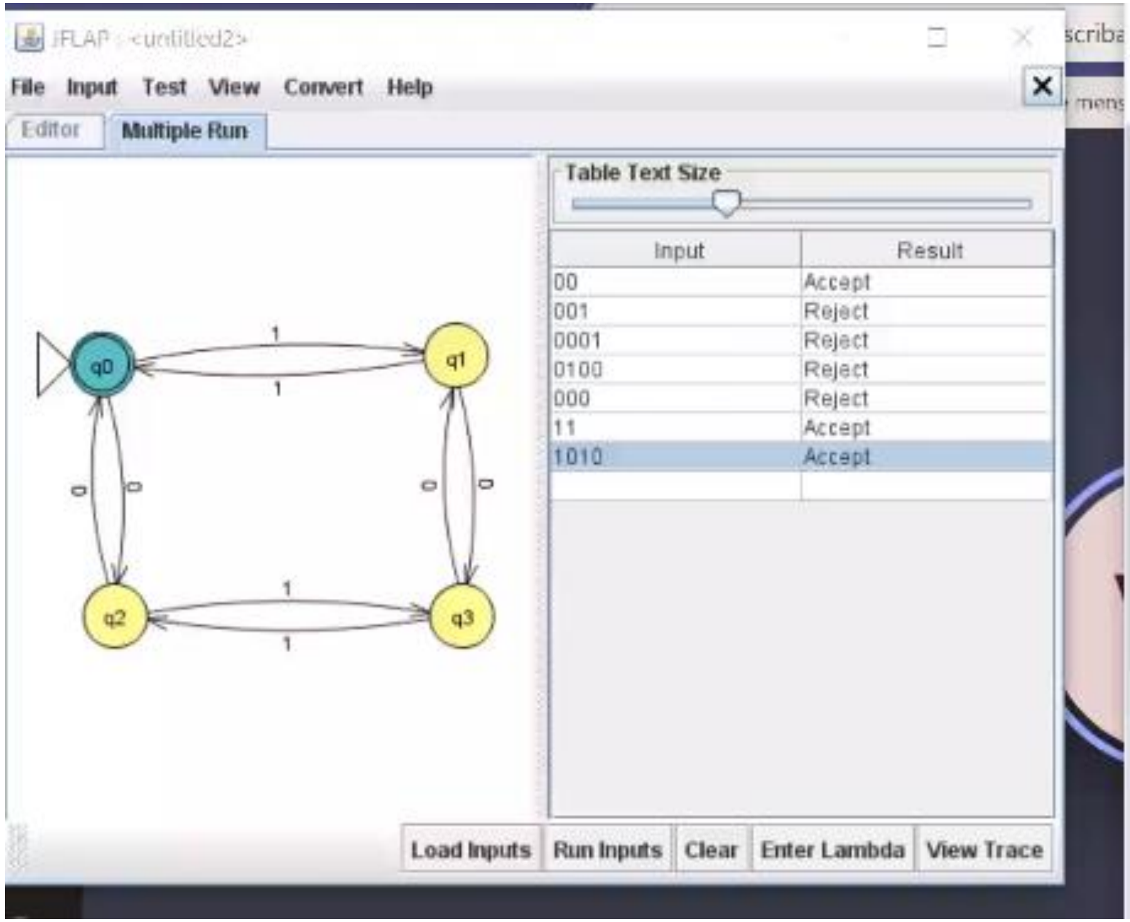
Table Text Size

Input	Result
aaaaaaaaaaaaaaabaaaaaabbbba	Accept
ababbaaa	Accept
aabbaa	Reject
abaaabba	Accept
ababbbb	Reject

EJERCICIOS



EJERCICIOS



Q	1	0
→q0*	q1	q2
q1	q0	q3
q2	q3	q0
q3	q2	q1

Definición formal AFD

Quíntupla $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ con

Q : conjunto finito de estados

Σ : alfabeto de la máquina

δ : función de transición $Q x \Sigma \rightarrow Q$

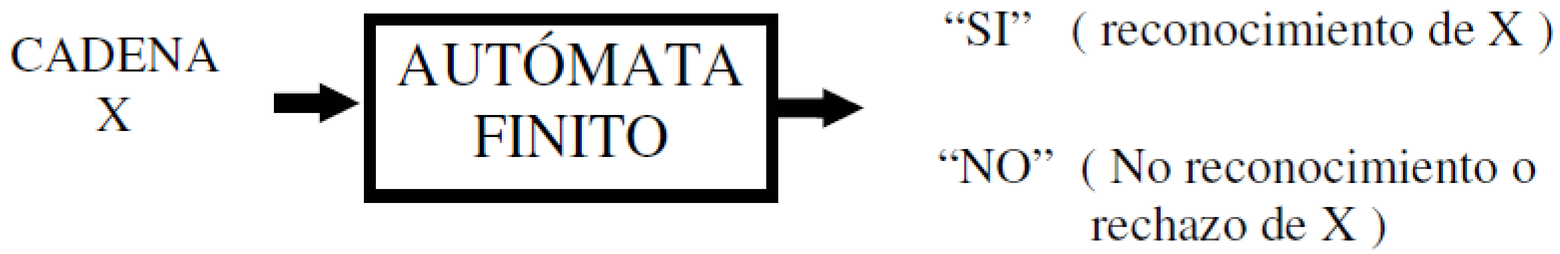
q_0 : estado inicial, $q_0 \in Q$

F : conjunto de estados de aceptación, $F \subseteq Q$

$\delta(p,x) = q \Leftrightarrow M$ pasa del estado p al q al leer el símbolo x

AUTÓMATA FINITO

Un autómata finito es capaz de reconocer un conjunto regular, es decir, un conjunto de cadenas denotado por cualquier expresión regular.



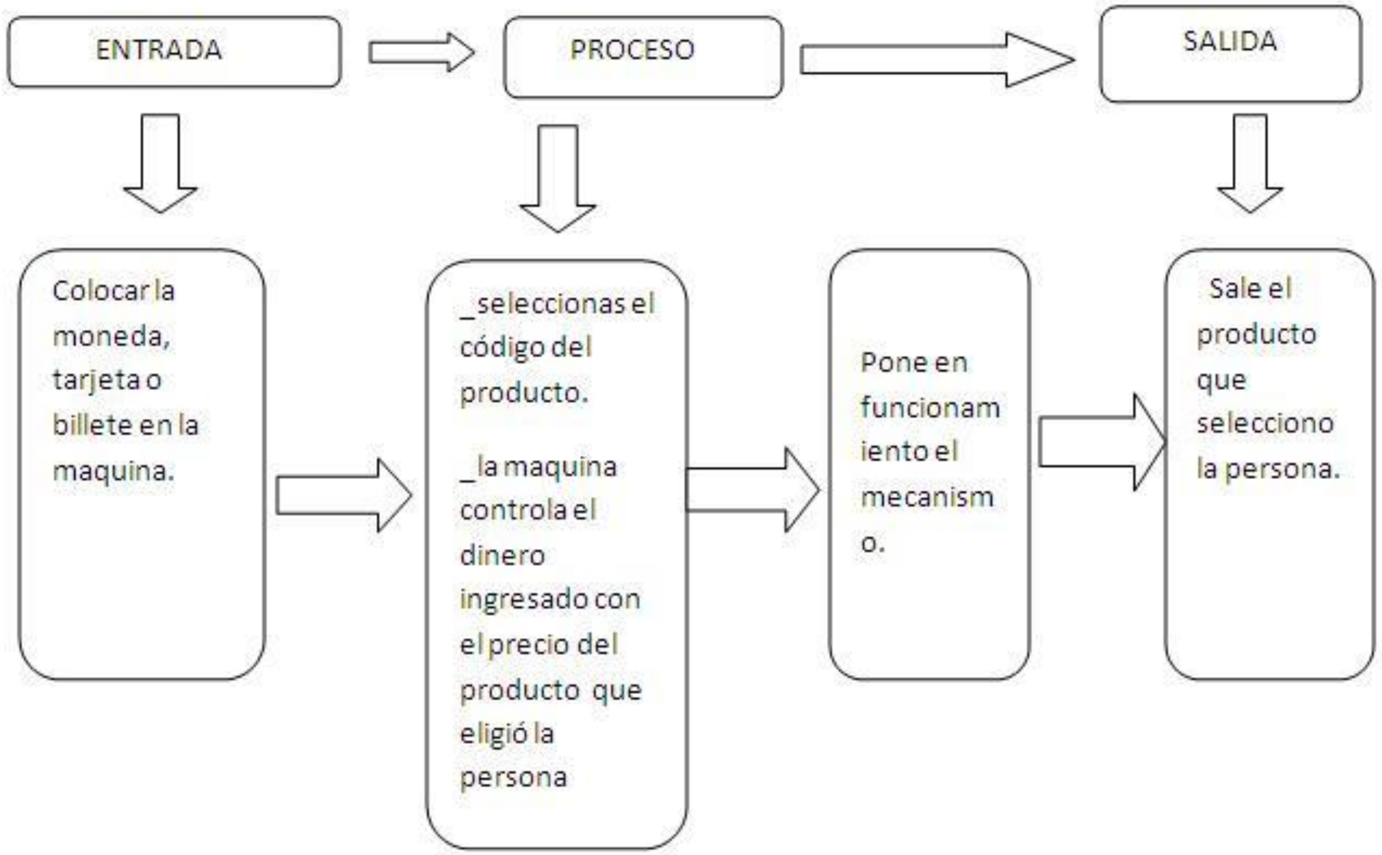
AUTÓMATA FINITO

Aplicaciones:

1. Bebidas gaseosas
2. Café
3. Golosinas y gomas de mascar
4. Periódicos y revistas
5. Billetes de metro o tren
6. Alimentos preparados
7. Juguetes
8. etc.

AUTÓMATA FINITO

Máquina dispensadora de café



AUTÓMATA FINITO

Se pueden clasificar en:

- **Deterministas: Cada combinación (estado, símbolo de entrada) produce un solo estado.**

- **No deterministas: Cada combinación (estado, símbolo de entrada) produce varios estados y además son posibles las transiciones con λ.**

AUTÓMATA FINITO

Un autómata finito es un modelo matemático de una máquina que acepta cadenas de un lenguaje definido sobre un alfabeto A. Consiste en un conjunto finito de estados y un conjunto de transiciones entre esos estados, que dependen de los símbolos de la cadena de entrada. El autómata finito acepta una cadena x si la secuencia de transiciones correspondientes a los símbolos de x conduce desde el estado inicial a un estado final.

AUTÓMATA FINITO

Si para todo estado del autómata existe como máximo una transición definida para cada símbolo del alfabeto, se dice que el autómata es determinístico (AFD). Si a partir de algún estado y para el mismo símbolo de entrada, se definen dos o más transiciones se dice que el autómata es no determinístico (AFND).

Formalmente un autómata finito se define como una 5-upla

$M = \langle E, A, \delta, e_0, F \rangle$ donde

E: conjunto finito de estados

A: alfabeto o conjunto finito de símbolos de entrada

δ: función de transición de estados, que se define como

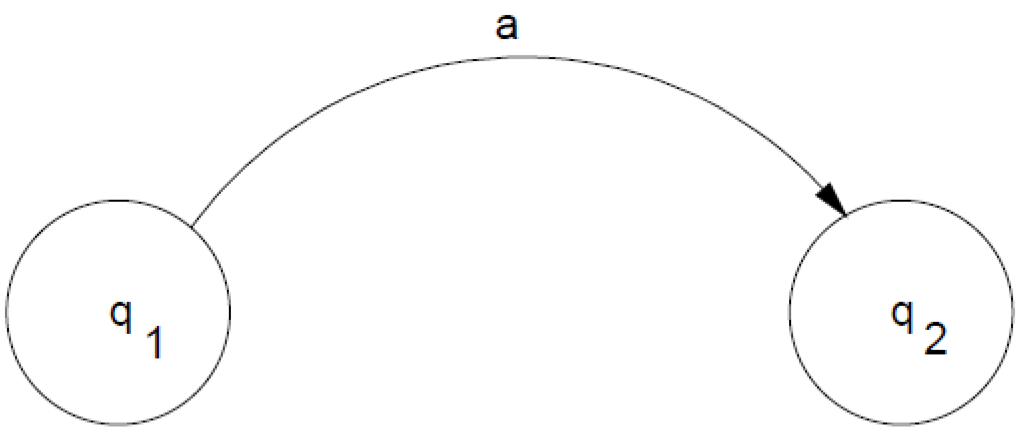
- $\delta: E \times A \rightarrow E$ si el autómata es determinístico
- $\delta: E \times A \rightarrow P(E)$ si el autómata es no determinístico (P(E) es el conjunto potencia de E, es decir el conjunto de todos los subconjuntos de E)

e_0: estado inicial; $e_0 \in E$

F: conjunto de estados finales o estados de aceptación; $F \subseteq E$

AUTÓMATA FINITO

La forma habitual de representar los autómatas finitos es mediante un grafo o diagrama de estados, donde los nodos son los estados y las ramas están marcadas con los símbolos del alfabeto de entrada. Las ramas se construyen según la función de transición, así debe de cumplir $f(q_1, a) \rightarrow q_2$.



AUTÓMATA FINITO DETERMINISTA

Es un modelo matemático que consiste de:

Un conjunto de estados, denominado **Q**

Un conjunto alfabeto de símbolos de entrada, denominado ∑

Una función de transición que mapea un par **δ** (q, a), donde q ∈ Q y a ∈ ∑

Un estado de inicio, denotado por q_0

Un conjunto de estados de aceptación (finales), denotado por **F**

AUTÓMATA FINITO DETERMINISTA

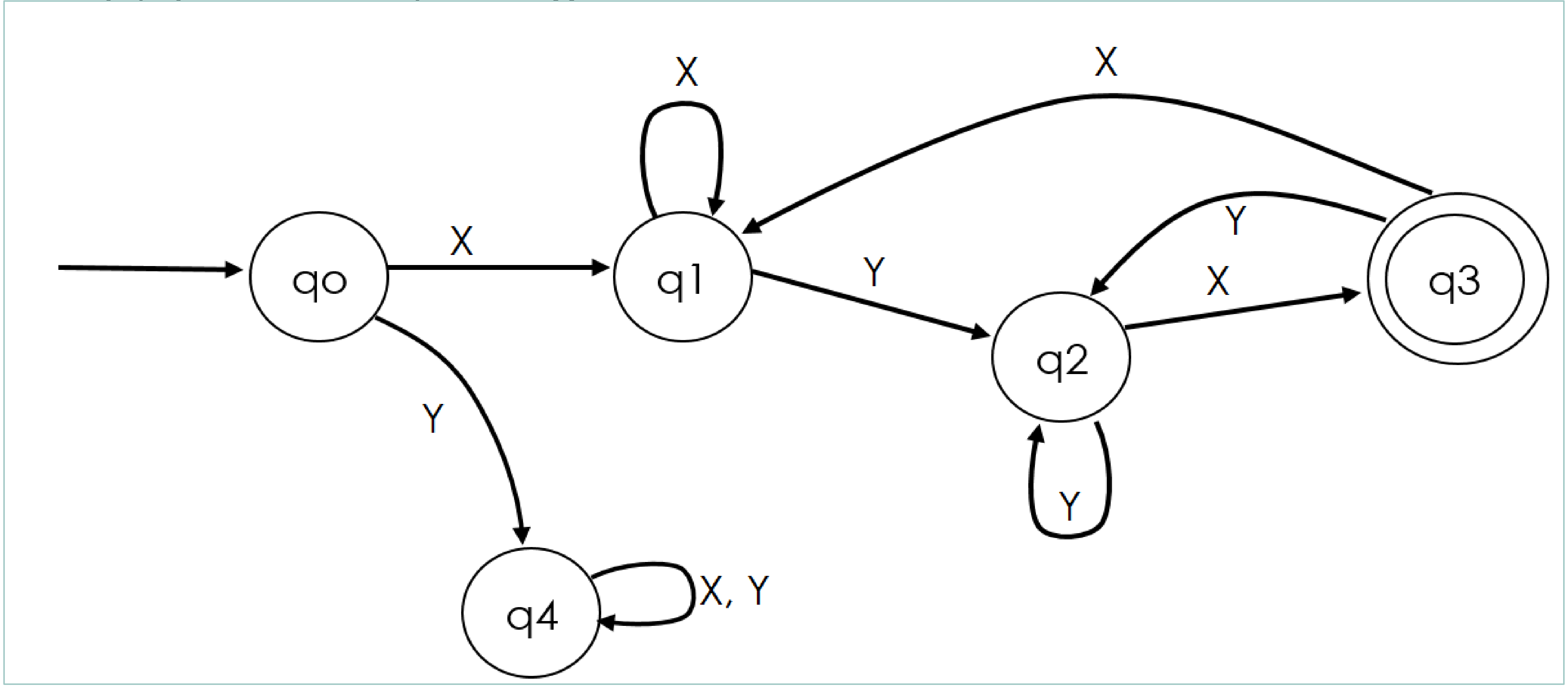
Por lo tanto un autómata finito esta conformado por una quintumpla con los siguientes elementos:

$$ADF = \{ Q, \sum, \delta, q_0, F\}$$

ejemplo de un AFD. **x**xxyxyy**yx**

Σ= {x, y} **E**={q0, q1, q2, q3, q4} **s**= q0

F= {q3} Cuyo diagrama de transición es:



Se observa que partiendo de cualquier estado del conjunto E y con un símbolo del alfabeto Σ, es posible acceder al estado siguiente por medio de la función de transición $\delta = E \times \Sigma \rightarrow E$.

Con la tabla de transiciones, dicho AFD queda indicado completamente de la siguiente manera:

s = q0 y F={q3}

δ	**x**	**y**
->q0	q1	q4
q1	q1	q2
q2	q3	q2
Q3*	q1	q2
q4	q4	q4

Dicho AFD acepta cadenas de caracteres que comienzan con **x** y terminan con **yx**. Aquí el lenguaje regular esta representado por la expresión regular **x(x ∪ y)*yx**, de forma que cadenas como **x**xxyxyy**yx**, **xyx**, **x**yy**yx**, pertenecen al lenguaje pero las cadenas yyxyx, xyxxy no son reconocidas por el AFD.

Evaluando la ruta de la cadena: xxxyxyyyx

$$\mathbf{q0} \xrightarrow{x} \mathbf{q1} \xrightarrow{x} \mathbf{q1} \xrightarrow{x} \mathbf{q1} \xrightarrow{y} \mathbf{q2} \xrightarrow{x} \mathbf{q3} \xrightarrow{y} \mathbf{q2} \xrightarrow{y} \mathbf{q2} \xrightarrow{y} \mathbf{q2} \xrightarrow{x} \mathbf{q3}$$

Ejercicios: determinar las rutas de las cadenas que faltan.

a

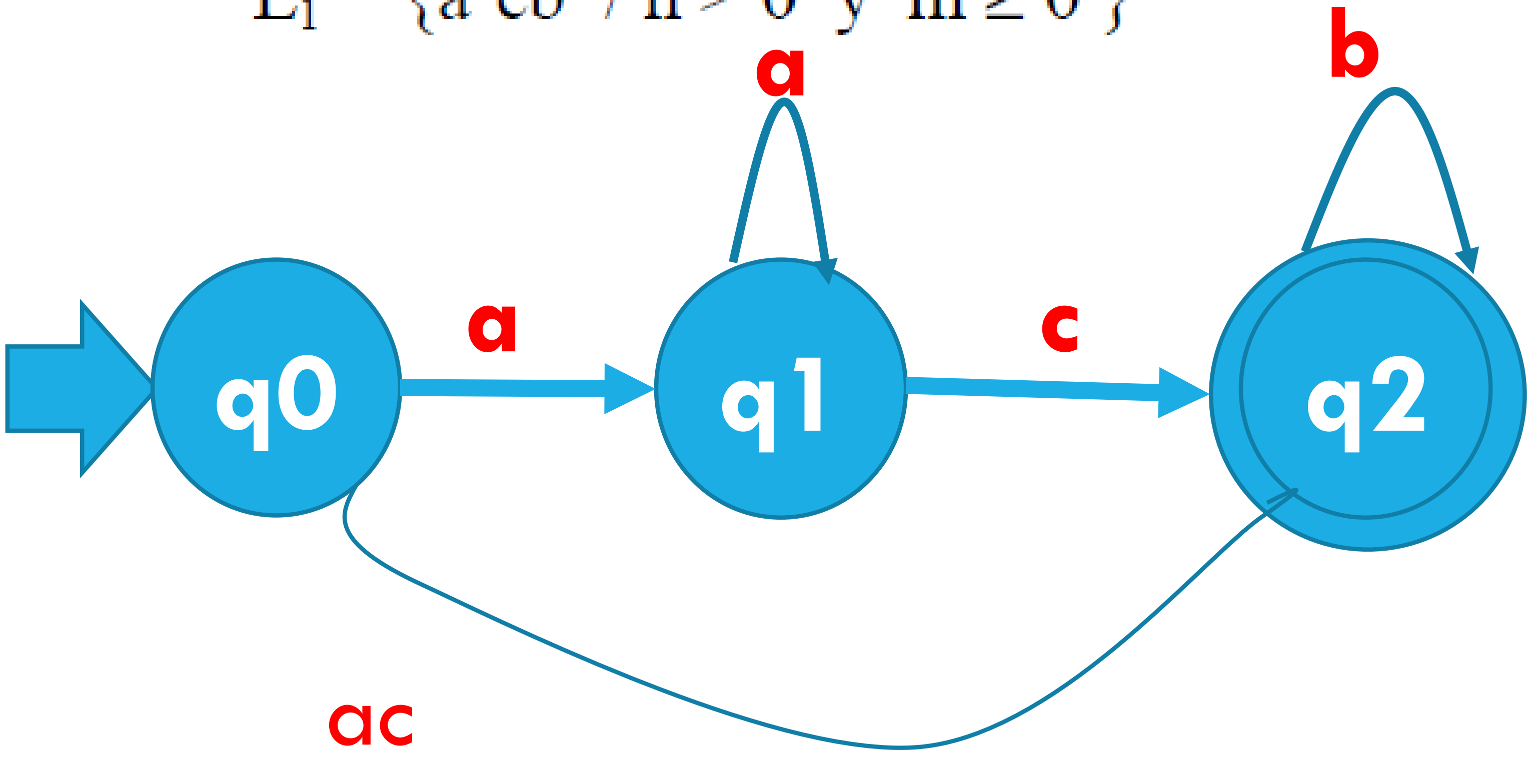
aa

aaa

Ejemplo 1:

Autómata finito determinístico que acepta el lenguaje

$L_1 = \{a^n cb^m / \ n > 0 \ \ y \ \ m \geq 0 \}$



Q={qo,q1,q2}

∑={a,b,c}

δ(q0,a)=q1

δ(q1,a)=q1

δ(q1,c)=q2

δ(q2,b)=q2

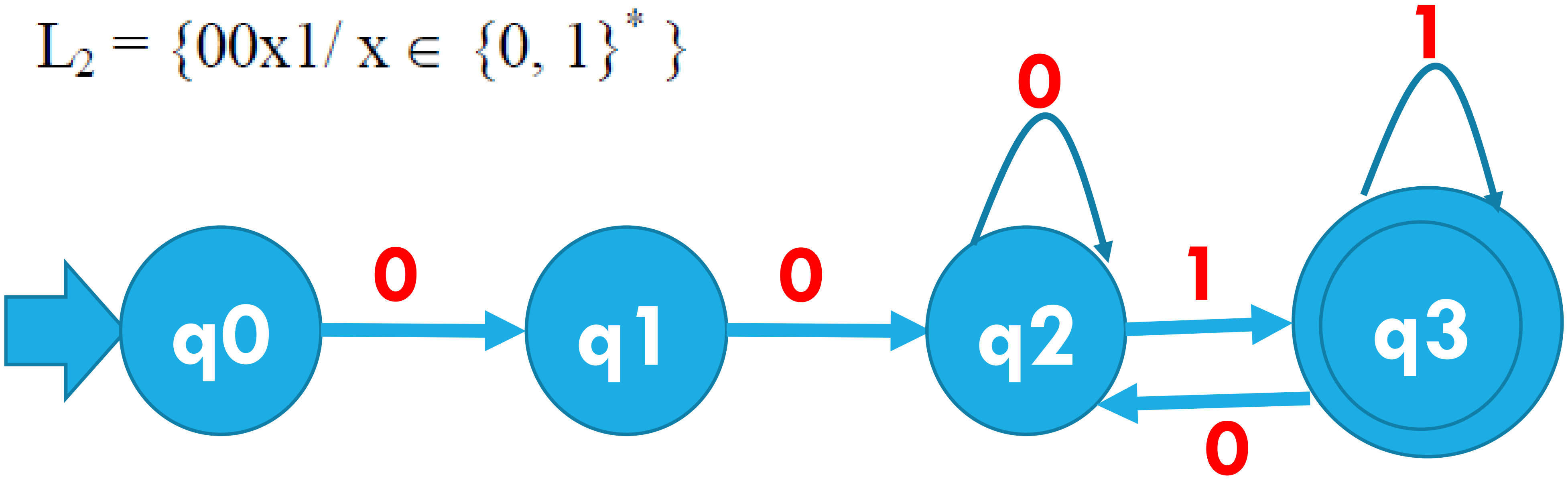
q_0={q0}

F={q2}

Ejemplo 2:

Autómata finito determinístico que acepta el lenguaje

$L_2 = \{00x1 / x \in \{0, 1\}^* \}$



$Q=\{qo,q1,q2,q3\}$

$\sum=\{0,1\}$

$\delta(q0,0)=q1$

$\delta(q1,0)=q2$

$\delta(q2,0)=q2$

$\delta(q2,1)=q3$

$\delta(q3,1)=q3$

$\delta(q3,0)=q2$

$q_0=\{q0\}$

$F=\{q3\}$

Ejemplo 3:

Autómata finito determinístico que acepta el lenguaje

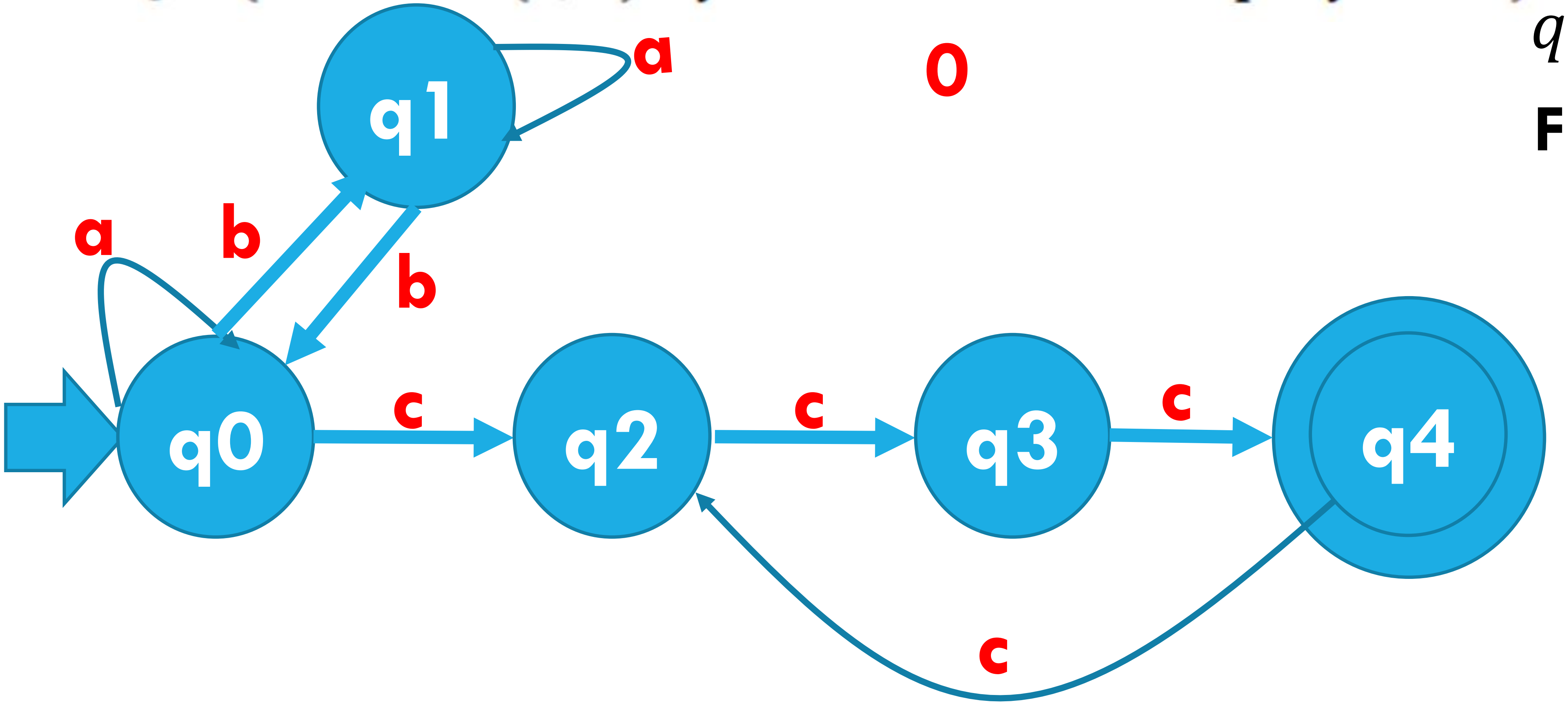
$L_3 = \{xc^{3m} / x \in \{a, b\}^* \text{ y la cantidad de b's es par y } m > 0\}$

Q={qo,q
3,q4}

∑={a,b,c}

q_0={q0}

F={q4}



Ejemplo 4:

Autómata finito no determinístico que acepta el lenguaje

$L_4 = \{ x / x \in \{0, 1\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } 00 \text{ ó } x \text{ contiene la subcadena } 11\}$

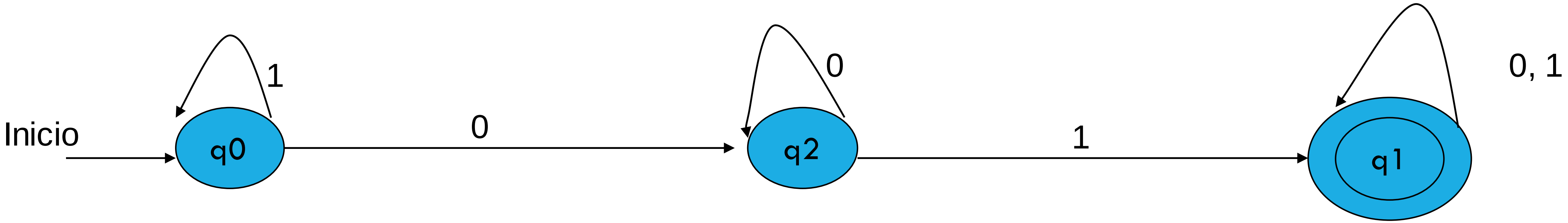
EJEMPLO 5 **Construir autómata y determinar el lenguaje.**

Estado	*Símbolo de entrada*	
	a	*b*
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	E
E	B	C

EJEMPLO 6

AFD que acepta únicamente todas las cadenas de ceros y unos que contienen la secuencia 01 en algún lugar de la cadena:

- Σ={0,1}
- L={w|w tiene la forma x01y, donde x e y son cadenas que solo constan de los símbolos 0 y 1}



	0	1
$\rightarrow q_0$	q_2	q_0
$*q_1$	q_1	q_1
q_2	q_2	q_1

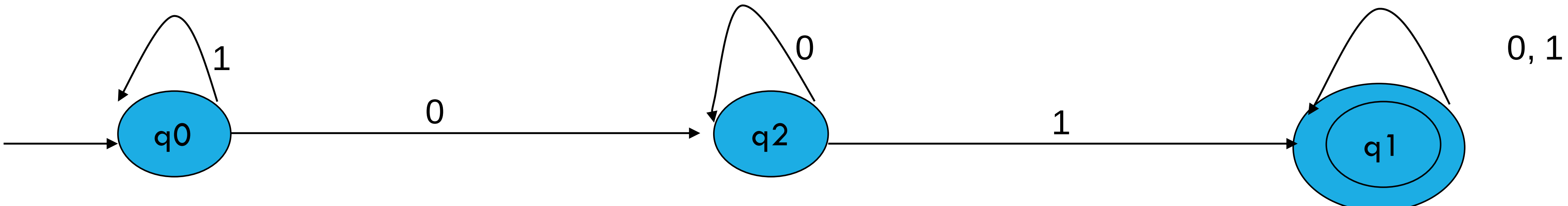
El estado inicial se marca con una flecha, y los estados de aceptación con *.

EJEMPLO 7

Búsqueda de una cadena valida en el diagrama de transiciones

- La cadena 01 pertenece al lenguaje
- La cadena 11010 pertenece al lenguaje
- La cadena 100011 pertenece al lenguaje

- La cadena ε no pertenece al lenguaje
- La cadena 0 no pertenece al lenguaje
- La cadena 111000 no pertenece al lenguaje



EJEMPLO 8

Ejemplo: Máquina de refrescos

No devuelve cambio

Los refrescos valen $ 1.000

Admite monedas de =$ 250, $ 500 y $ 1.000

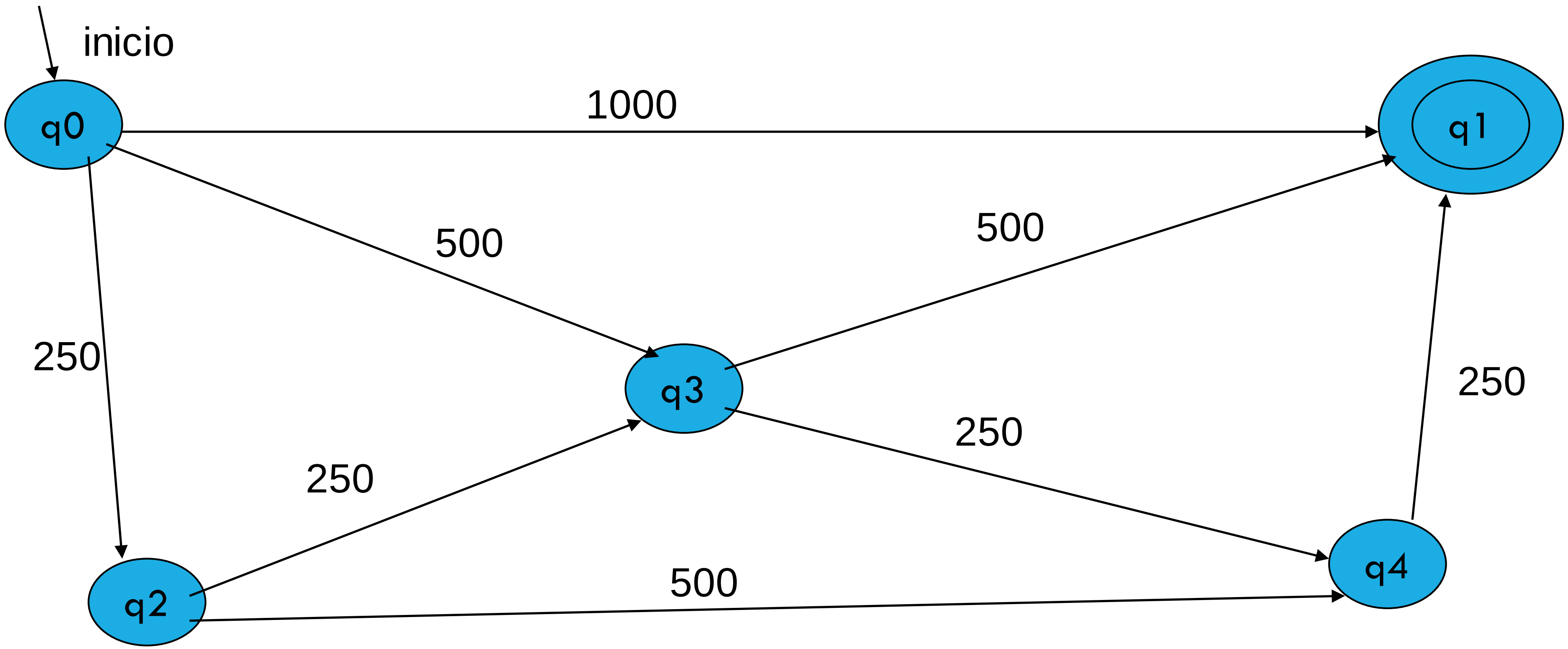
Por lo que se tiene:

Σ={$ 250, $ 500 y $ 1.000}

L={w|w tiene como suma $ 1.000}

Ejemplo: Máquina de refrescos

Σ={$ 250, $ 500 y $ 1.000}　　L={w | w tiene como suma $ 1000}



Suma acumulada: q0=0, q1=1000, q2=250, q3=500, q4=750

Ejemplo: Máquina de refrescos

Σ={$ 250, $ 500 y $ 1000}

L = { w | w tiene como suma $ 1000}

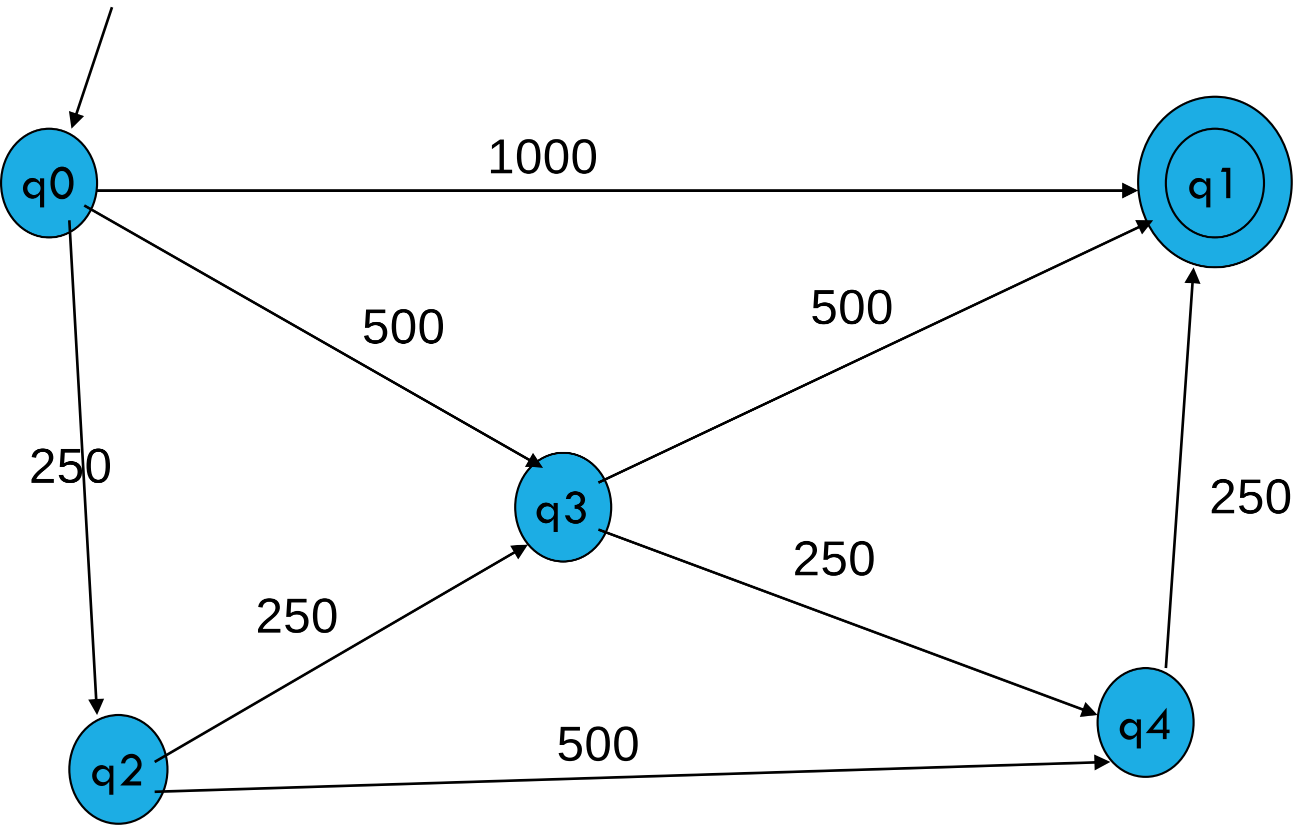


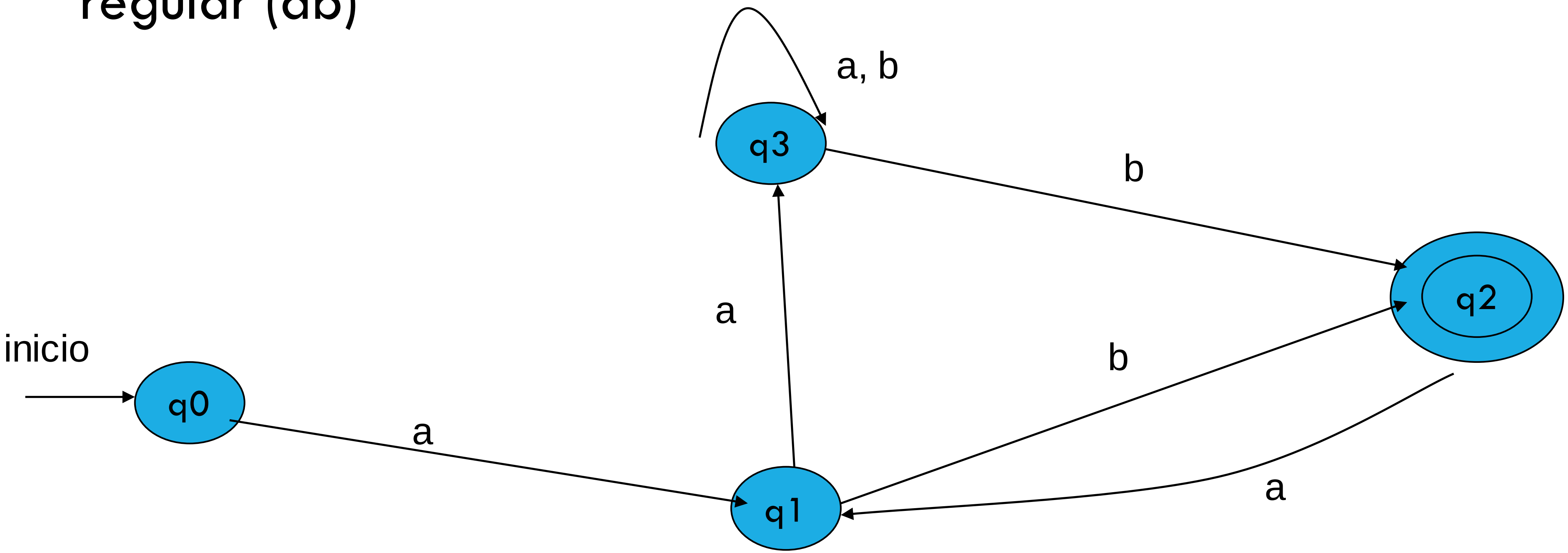
Diagrama de transición

		250	500	1000
→	q0	q2	q3	q1
*	q1	error	error	error
	q2	q3	q4	error
	q3	q4	q1	error
	q4	q1	error	error

Tabla de transición

EJEMPLO 9

Sea el lenguaje $A=\{(ab)^i \mid i\geq 1\}$, el cual esta representado por la expresión regular $(ab)^+$

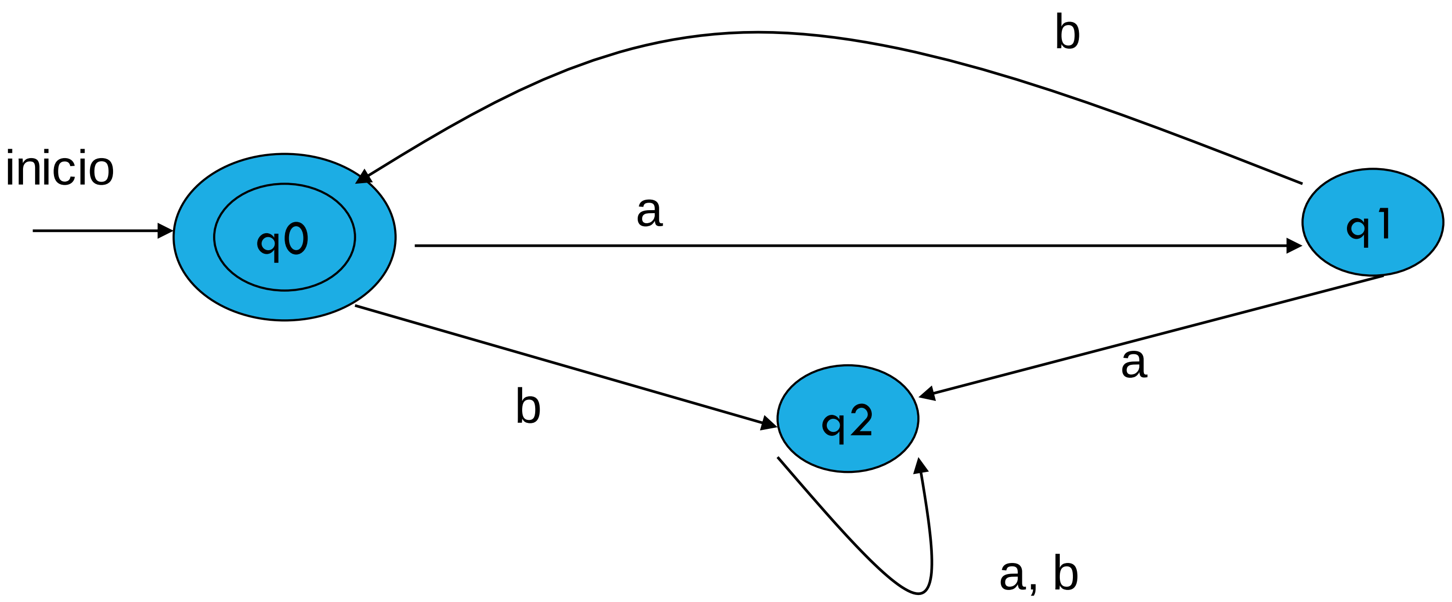


La cadena debe tener al menos una copia de ab:

- Cadenas aceptadas: ab, abab, ababab, etc
- Cadena no aceptadas: aa, aaab, abaa, abbab, etc

EJEMPLO 9

Sea el lenguaje A={$(ab)^i$ | i≥0}, el cual esta representado por la expresión regular (ab)*



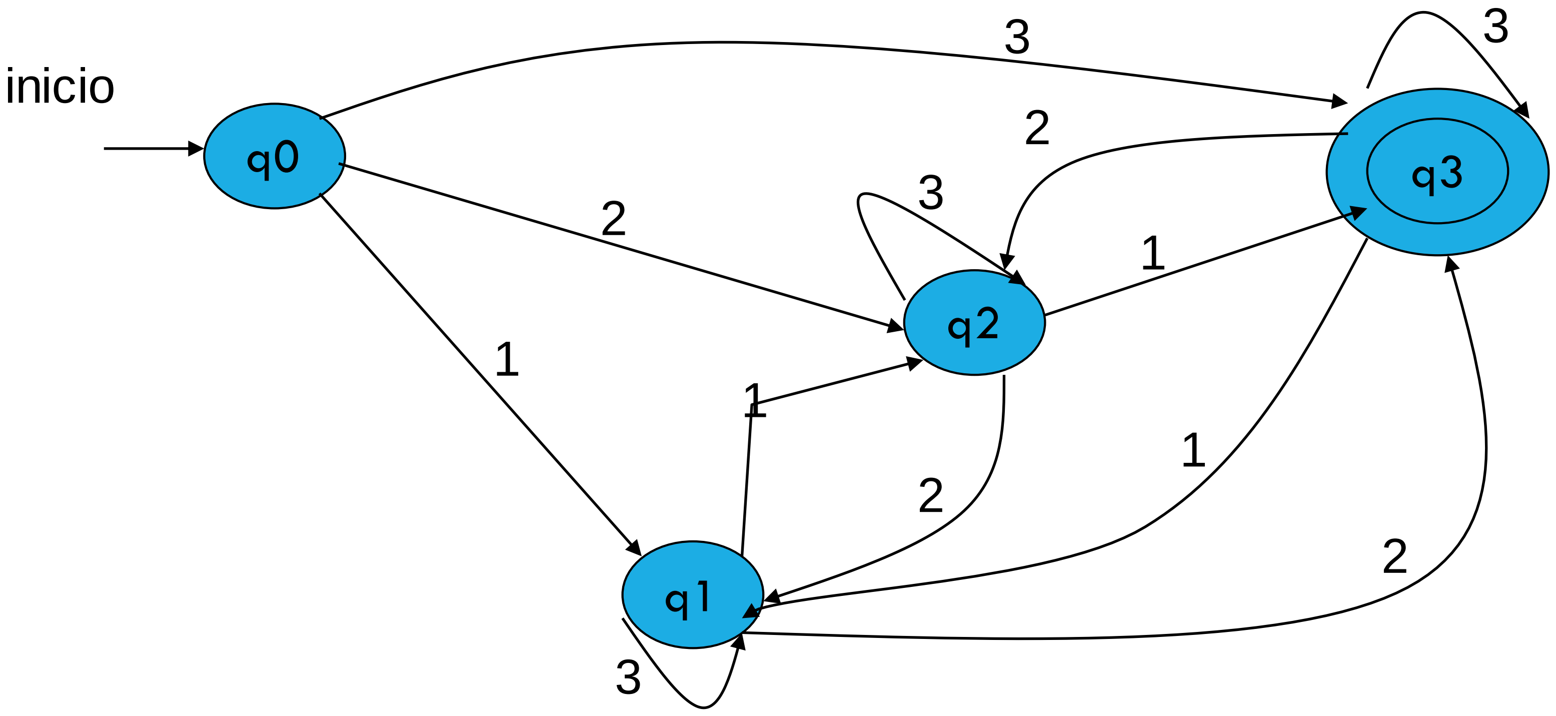
δ	a	b
→ * q0	q1	q2
q1	q2	q0
q2	q2	q2

La cadena debe tener cero o más copias de ab:

- Cadenas aceptadas : ε, ab, abab, ababab, etc
- Cadena no aceptadas : aa, aaab, abaa, abbab, etc

EJEMPLO 10

Reconoce números múltiplos de 3, compuestos por los dígitos 1, 2 y 3.



δ	1	2	3
→ q0	q1	q2	q3
q1	q2	q3	q1
q2	q3	q1	q2
* q3	q1	q2	q3

La suma de los dígitos debe ser múltiplo de 3:

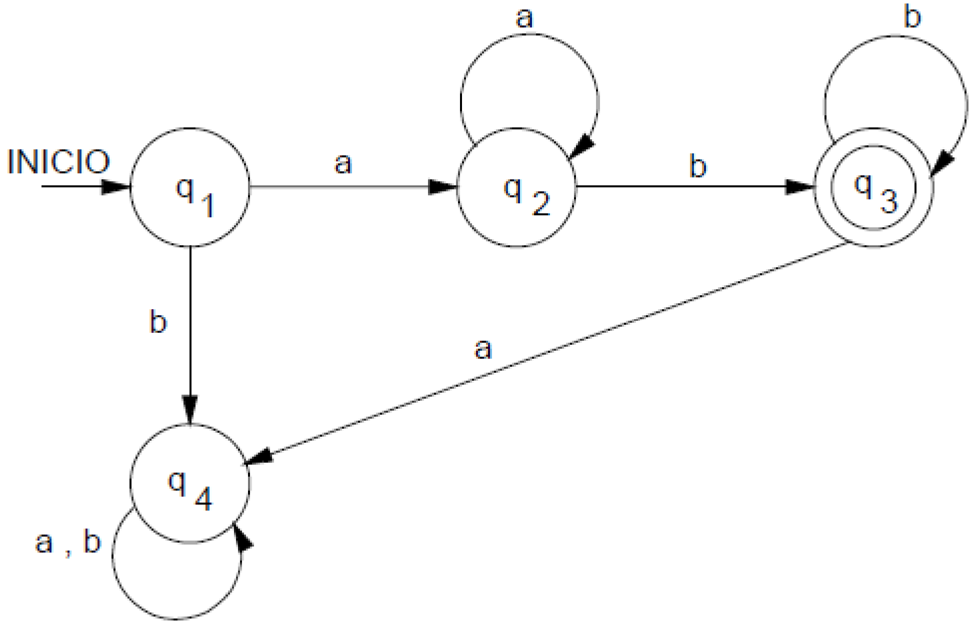
- Cadenas aceptadas : 12, 111, 1122, etc
- Cadena no aceptadas : 232, 2321, 112333, etc

EJEMPLO 11

Sea el autómata finito $A_1 = (E, Q, f, q_1, F)$ donde $E = \{a, b\} \cup \{\lambda\}$; $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$ y la función f viene dada por la tabla siguiente y el conjunto de estados finales es $F=\{q_3\}$

f	a	b
q_1	q_2	q_4
q_2	q_2	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_4

Determinar el lenguaje que reconoce, representar el diagrama de Moore, e indicar la expresión regular que representa al lenguaje.



El lenguaje generado se obtiene partiendo del estado inicial y recorriendo todos los caminos posibles para alcanzar el estado final. Así se obtiene que este autómata reconoce el lenguaje :

$$L(A_1) = \{ab, aab, \ldots, abbb, \ldots, aabb, \ldots\}$$

$$L(A_1) = \{a^n b^m / n \geq 1 m \geq 1\}$$

La expresión regular que denota el lenguaje es a^+b^+ o también aa^*bb^*.

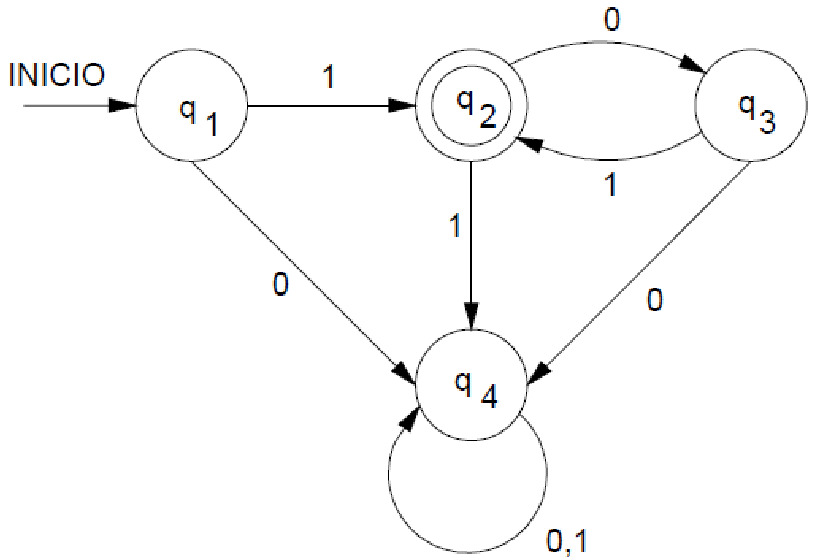
EJEMPLO 12

Sea el autómata finito $A_2 = (E, Q, f, q_1, F)$ donde $E = \{0,1\}$, $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$ y f se define por la tabla siguiente, y $F=\{q_2\}$.

f	0	1
q_1	q_4	q_2
q_2	q_3	q_4
q_3	q_4	q_2
q_4	q_4	q_4

Construir el diagrama de Moore, y determinar el lenguaje que reconoce, denotándolo con su expresión regular.

Solución : Se construye el diagrama de Moore de forma análoga al ejemplo anterior (fig. 15).



El lenguaje generado es el siguiente :

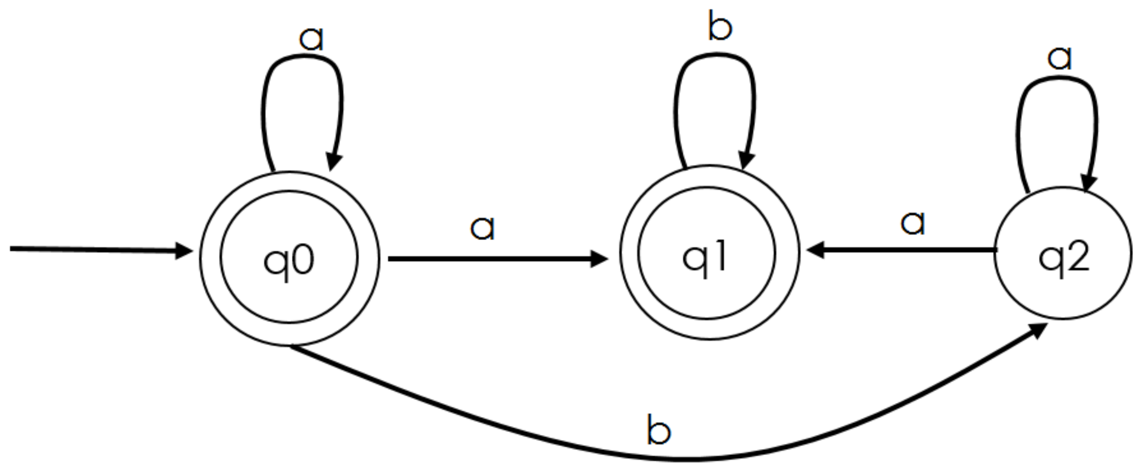
$$L(A_2) = \{1,101,10101,\ldots\} = \{1(01)^n / n \geq 0\}$$

La expresión regular $1(01)^*$.

DIFERENCIA ENTRE AFD AFND

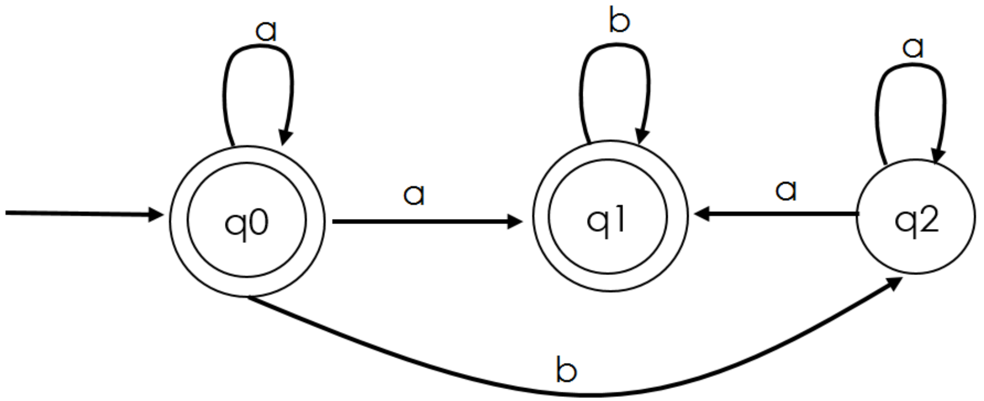
La diferencia fundamentalmente un autómata finito determinístico (AFD)n y un autómata finito no determinístico (AFN), es que en el AFN la función de estado siguiente no conduce a un estado único determinado.

Considerando el siguiente diagrama:



Como se ve se trata de un AFN porque no está determinado en todos los casos cuál es el estado siguiente para los diferentes símbolos del alfabeto.

Por ejemplo en los estados **q0** y **q2** para un símbolo de **a** hay dos posibilidades de cambiar de estado o quedarse en el mismo.



En el estado **q1** también hay problemas ya que no se sabe que pasa en caso de que se presente el símbolo **a**.

Con una indeterminación que se presente es suficiente para decir que se trata de un AFN.

AUTÓMATA FINITO NO DETERMINÍSTICO (AFND).

Un autómata finito no determinístico es un modelo matemático que consiste de :

Un conjunto de estados, denominado **Q**

Un conjunto alfabeto de símbolos de entrada, denominado $\sum$

Una función de transición mapea un par **δ** (q, a), donde q ∈ Q y a ∈ $\sum$

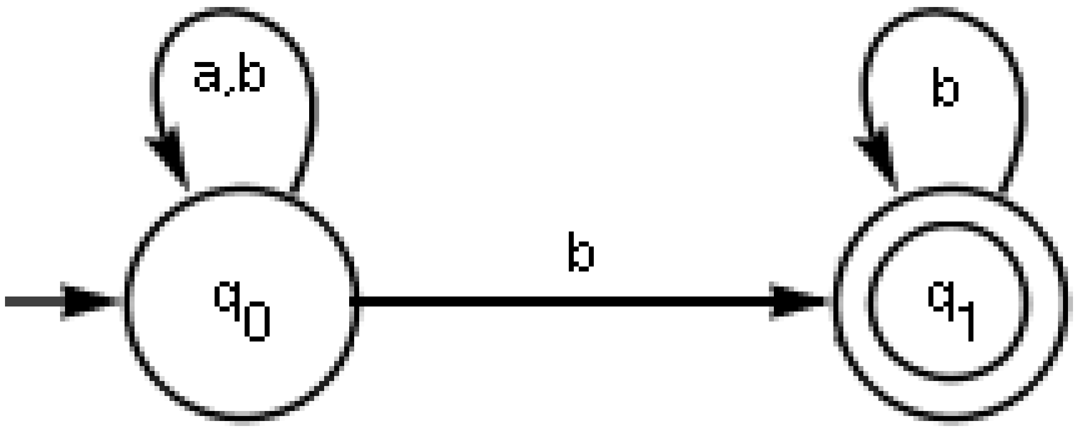
Un estado de inicio, denotado por q_0

Un conjunto de estados de aceptación (finales), denotado por **F**

AUTÓMATA FINITO NO DETERMINÍSTICO (AFND).

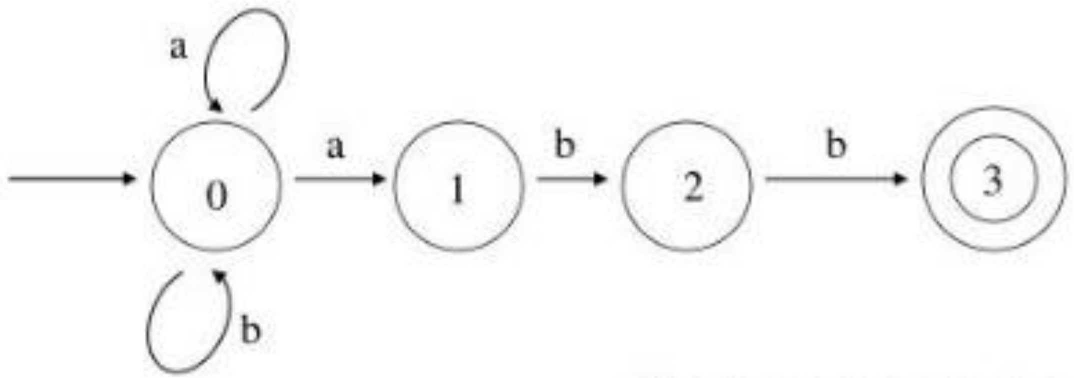
Además, un AFND tiene como característica que lo diferencia de un AFD, permitir el uso de arcos etiquetados por el símbolo ∈.

AUTÓMATA FINITO NO DETERMINÍSTICO (AFND).



AUTÓMATA FINITO NO DETERMINÍSTICO (AFND).

Ejemplo: El siguiente grafo de transiciones corresponde a un AFN que reconoce el lenguaje: **(a | b)* abb**



M esta representada por:

Donde:

$P = \{\ 0, 1, 2, 3\ \}$
$V = \{\ a, b\ \}$
$S_o = \{\ 0\ \}$
$F = \{\ 3\ \}$

estados	entrada	
	a	b
0	{ 0 , 1}	{ 0 }
1	-	{ 2 }
2	-	{ 3 }

AUTÓMATAS FINITOS Y EXPRESIONES REGULARES

Es posible dada una expresión regular obtener el AFD que reconozca las cadenas del lenguaje denotado por la expresión regular.